

Применение специализированного программного обеспечения для интенсификации подготовки курсантов вузов войск национальной гвардии по инженерно-техническим дисциплинам

Application of specialized software for the intensification of cadet training in engineering and technical disciplines at the National Guard military higher educational institutions

А.Д. Косолапов¹ ©, А.И. Примакин² ©

A.D. Kosolapov¹ ©, A.I. Primakin² ©

^{1, 2} Военная академия войск национальной гвардии Российской Федерации, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация

¹ E-mail: a.kosolapov@mail.ru

² E-mail: a.primakin@mail.ru

Аннотация. В статье представлены методики и способы применения специализированного программного обеспечения, способствующие интенсификации подготовки курсантов вузов войск национальной гвардии по инженерно-техническим дисциплинам, на примере обучения курсантов военной ордена Жукова академии войск национальной гвардии Российской Федерации по специальности 17.05.02 «Стрелково-пушечное, артиллерийское и ракетное оружие». Приведены алгоритмы решения задач по учебной дисциплине «Высшая математика» с помощью офисного и специализированного программного обеспечения, позволяющие реализовать педагогические принципы автоматизации и визуализации учебного материала.

Abstract. The article presents methods and techniques for utilizing specialized software that contribute to the intensification of cadet training in engineering and technical disciplines at the National Guard military higher educational institutions. The study is based on the training of cadets at the Military Order of Zhukov Academy of the National Guard Troops of the Russian Federation, specializing in 17.05.02 «Small Arms, Cannon, Artillery, and Missile Weaponry». The author provides algorithms for solving problems in the «Higher Mathematics» discipline using office and specialized software, which facilitate the implementation of pedagogical principles regarding the automation and visualization of educational material.

Ключевые слова: автоматизация и визуализация учебного материала; цифровая среда; интенсификация обучения; интенсивное обучение; виртуальный лабораторный практикум; интегрированный математический пакет Mathcad

Keywords: automation and visualization of educational material; digital environment; intensification of learning; intensive training; virtual laboratory workshop, Mathcad integrated mathematical package

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ: Косолапов А.Д., Примакин А.И. Применение специализированного программного обеспечения для интенсификации подготовки курсантов вузов войск национальной гвардии по инженерно-техническим дисциплинам // Академический вестник войск национальной гвардии Российской Федерации. – 2026. – № 2. – С. 28–35.

Результативность подготовки курсантов по инженерно-техническим дисциплинам предполагает наличие у них фундаментальных знаний по таким дисциплинам, как: «Высшая математика», «Физика», «Теоретическая механика», «Сопротивление материалов». Изучение данных учебных дисциплин на кафедре «Математических, естественно-научных и общеприкладных дисциплин» Военной ордена Жукова академии войск национальной гвардии Российской Федерации строится на применении офисного и специализированного

программного обеспечения в сочетании с апробированными методическими приемами и алгоритмами проведения учебных занятий [1].

Во многом эффективность формирования у курсантов необходимых базовых физико-математических знаний строится на автоматизации и визуализации учебного материала, на моделировании курсантами в цифровой среде математических алгоритмов и физических явлений [2].

Данный подход к подаче обучающимся учебного материала и освоению ими знаний, приоб-

ретению необходимых навыков основан на интенсификации познавательной деятельности и его содержательном компоненте – интенсивном обучении.

Понятие «интенсификация» с точки зрения образовательной деятельности появилось в русском словаре первой половины XIX века и означает интенсивный, усиленный (французское слово «intensif») [3].

Понятие «интенсификация познавательной деятельности» содержательно соразмерно с термином «интенсивное обучение». Интенсивное обучение – это передача обучаемым большого объёма учебной информации на основе интенсивных технологий обучения при временном ограничении обучения и без снижения требований к качеству формируемых знаний [4; 5].

Выделяют следующие направления интенсификации: оптимизация, интеграция, цифровизация.

Интенсификация познавательной деятельности – это применение эффективных подходов к обучению в условиях возрастания объема учебной информации при отсутствии возможности увеличения времени на объяснительно-иллюстративное ее изложение обучающимся. Повышение темпов обучения может быть достигнуто путем совершенствования содержания учебного материала и методов обучения.

Для успешной интенсификации познавательной деятельности обучающихся нами считается важным осуществлять поиск и применение на научной основе методов руководства познавательным процессом обучающихся, позволяющих мобилизовать их активную познавательную деятельность, применяя цифровые технологии работы с учебным материалом, в данном случае – физико-математического содержания.

Результативность познавательной деятельности в процессе восприятия учебного материала курсантами, как показывает педагогический опыт, повышается в ходе применения на занятиях программного обеспечения, а именно специализированных программ (Mathcad, Statistica, SPSS, Компас-3D, Mathematica) и офис-

ных приложений (электронных таблиц – MS Excel или LO Calc). Обучающихся увлекает возможность быстрого получения ответа в задаче, на решение которой «вручную» требовалось бы много времени, а как мы знаем, временные рамки учебного занятия весьма ограничены.

При этом необходимо отметить, что рассматриваемые офисное и специализированное программные обеспечения имеют иностранное происхождение и отсутствуют в Реестре объектов фонда алгоритмов и программ войск национальной гвардии. В связи с чем его применение возможно исключительно на автономных автоматизированных рабочих местах военных образовательных организациях высшего образования войск.

Активизирует внимание и интерес курсантов применение на учебных занятиях виртуальных лабораторных практикумов, таких как ФИЗИКОН или CryptoStudy [6].

Предложим ряд направлений по интенсификации обучения курсантов посредством применения на занятиях компьютерных программ и педагогических приемов по реализации их функциональных возможностей на занятиях по учебной дисциплине «Высшая математика».

«Высшая математика» изучается курсантами на 1 и 2 курсах. Тема первых занятий – «Элементы линейной и векторной алгебры», где курсанты изучают и выполняют операции с матрицами: основные арифметические действия, транспонирование и вычисление определителей матриц [7].

Электронные таблицы позволяют выполнять операции с матрицами с помощью встроенных функций и формул (рис. 1) [8]. Если операции сложения и вычитания осваиваются курсантами

ТРАНСП													:	X		✓	f_x	=A8:B9+D8:E9																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
A													B													C													D													E													F													G													H													I													J													K													L																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																													
3													Сложение и вычитание матриц, умножение матриц на число в MS EXCEL																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																															
4																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												

Рис. 1. Примеры сложения и вычитания матриц, выполненные в среде электронных таблиц

без затруднений, то операция умножения матриц требует от них знания соответствующего алгоритма действий. Как правило, вначале курсанты выполняют операцию умножения матриц «вруч-

ТРАНСП															:	X		✓	f _x	=МУМНОЖ(А8:В9;D8:E9)									
		A	B	C	D	E	F	МУМНОЖ(массив1; массив2)			K	L	M	N	O	P	Q												
3	Умножение матриц в MS EXCEL																												
5	1.1. Умножение матриц (квадратные матрицы)																												
7	Матрица A			Матрица B			A*B (функция МУМНОЖ)			A*B (по определению), формула массива																			
8	1	2		0	-4		E9)	28		10	28																		
9	9	-1		5	16			-5	-52		-5	-52																	
11	1.2. Умножение матриц (ЧИСЛО СТОЛБЦОВ МАТРИЦЫ А ДОЛЖНО БЫТЬ РАВНО ЧИСЛУ СТРОК МАТРИЦЫ В)																												
13	Матрица A			Матрица B			A*B (функция МУМНОЖ)			A*B (по определению), формула массива																			
14	1	2		0	-4	8		10	28	18	10	28	18																
15	9	-1		5	16	5		-5	-52	67	-5	-52	67																
16	6	3						15	24	63	15	24	63																
18	Строк	3		Строк	2			Проверка	#####																				
19	Столб	2		Столб	3			Строк в A*B	3																				
20								Столбцов в A*B	3																				

Рис. 2. Примеры умножения матриц, выполненные в среде электронных таблиц

ную», а затем проверяют полученный результат с помощью специальной функции «МУМНОЖ()» (рис. 2). Если курсанты нарушают правило перемножения матриц, то функция «МУМНОЖ()» сообщает об ошибке «#ЗНАЧ».

=МОБР(D3:F5)													
	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
		2	4	1									
A =		5	3	8									
		-2	4	2									
								</					

Рис. 3. Применение специальной функции МОБР() для вычисления обратной матрицы в среде электронных таблиц

Значительно больше времени требуется, когда необходимо найти обратную матрицу. Алгоритм решения предполагает достаточно запутанную цепочку арифметических действий, как кажется курсантам, и первые попытки рассчитать обратную матрицу получаются не у всех. Лучшее понимание обучающимися этой операции происходит, когда они применяют специальную функцию «МОБР()» (рис. 3).

Возможность оперативной проверки правильности расчета обратной матрицы, а также более доступное для понимания курсантами ее смыс-

лений СЛАУ). Приобретая практический навык работы с матрицами, обучающиеся достаточно легко осваивают матричный метод решения СЛАУ, используя возможности электронных таблиц.

Последовательность процедур предполагает нахождение определителя основной матрицы, получение обратной матрицы и дальнейшее перемножение матриц. Все эти действия осуществляются с помощью специальных функций, встроенных в электронную таблицу: «МОПРЕД()», «МОБР()» и «МУМНОЖ()» соответственно. Пример постановки задачи по решению СЛАУ (исходные данные) и основные этапы ее выполнения показаны на рисунке 5.

Calibri14

ЖКЧ

Шрифт

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

Вывод

<

Рис. 4. Вычисление обратной матрицы и проверка ее правильности (как результат перемножения исходной и обратной матриц) в среде электронных таблиц

ТРАНСП	X	✓	f _x	=МУМНОЖ(A42:D45;F34:F37)				
A	B	C	D	E	F	G	H	I
27	2. СЛАУ 4-го порядка							
28	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 30 \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 10 \\ x_2 - x_3 + x_4 = 3 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10 \end{cases}$							
29								
30								
31								
32								
33	Матрица коэффициентов (квадратная, 4-го порядка)				Столбец свободных членов			
34	1	2	3	4	30			
35	-1	2	-3	4	10			
36	0	1	-1	1	3			
37	1	1	1	1	10			
38								
39	-4 Определитель матрицы							
40								
41	Обратная матрица				Столбец неизвестных членов (решение)			
42	-1.000	1.000	-3.000	3.000	F37)			
43	0.750	-1.250	4.000	-2.000	2.000			
44	0.500	-0.500	1.000	-1.000	3.000			
45	-0.250	0.750	-2.000	1.000	4.000			

Рис. 5. Решение СЛАУ (четыре уравнения) матричным методом в среде электронных таблиц

Представленные примеры использования на занятиях компьютерных программ (офисных приложений – электронных таблиц) имеют отношение, в первую очередь, к проведению арифметических расчетов и автоматизации несложных алгоритмов, что, несомненно, упрощает их понимание курсантами. Однако чаще всего возникает необходимость в проведении символьных преобразований математических выражений и зависимостей. Достоинства символьных операций заключаются в возможности проводить их не только над численными значениями, но и над переменными.

Перемножение матриц

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & f & g \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u & x \\ v & y \\ w & z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a \cdot u + b \cdot v + c \cdot w & a \cdot x + b \cdot y + c \cdot z \\ d \cdot u + f \cdot v + g \cdot w & d \cdot x + f \cdot y + g \cdot z \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & f & g \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u & x & v \\ y & w & z \end{pmatrix} \rightarrow$$

Рис. 6. Перемножение матриц в символьной форме при использовании специализированной программы Mathcad

В этом случае целесообразно обратиться к специализированным программным пакетам, например, к интегрированному математическому пакету Mathcad [9].

Операция перемножения матриц, представленная на рисунке 6, позволяет курсанту не только получить результат в символьной форме, но и увидеть возможную ошибку, если нарушаются правила выполнения соответствующей операции. Вторым рядом выделяется сообщение о несовпадении числа столбцов первой матрицы с числом строк второй матрицы (т.е. ошибка).

Умножение вектора и строки

$$(a \ b \ c \ d) \cdot \begin{pmatrix} s \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \rightarrow a \cdot s + b \cdot x + c \cdot y + d \cdot z$$

$$\begin{pmatrix} s \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \cdot (a \ b \ c \ d) \rightarrow \begin{pmatrix} a \cdot s & b \cdot s & c \cdot s & d \cdot s \\ a \cdot x & b \cdot x & c \cdot x & d \cdot x \\ a \cdot y & b \cdot y & c \cdot y & d \cdot y \\ a \cdot z & b \cdot z & c \cdot z & d \cdot z \end{pmatrix}$$

Рис. 7. Умножение вектора и строки в среде программы Mathcad

Подобная обратная связь при работе со специализированной программой существенно повышает результативность обучения, курсант видит свою ошибку при решении задачи без вмешательства преподавателя и, обращаясь к теоретическим положениям изучаемого вопроса, пытается ее устранить.

Еще один пример, который вызывает затруднение у курсантов, относящийся к умножению вектора на матрицу-строку и, наоборот, строки на вектор, приведен на рисунке 7.

Опыт проведения занятий по математике с использованием специализированных математических программ позволяет утверждать, что возможность преобразований и получение решений в символьной форме существенно повышает заинтересованность курсантов, увлекает их и делает занятие более результативным.

Модуль вектора

$$\left| \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \right| \rightarrow \sqrt{(|a|)^2 + (|b|)^2 + (|c|)^2}$$

$$\left| \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right| \rightarrow \sqrt{14}$$

Рис. 8. Расчет модуля вектора в среде программы Mathcad

Необходимо отметить, что для векторов (как частный случай матриц) в линейной алгебре предусмотрен целый ряд специфических операций, которые реализованы в системе Mathcad.

Например, возможность определения модуля вектора и представления последовательно процедур в символьной форме вполне может рассматриваться как удобный справочный материал, используемый в ходе занятия (рис. 8).

Еще один пример решения задачи, тематика которой вызывает сложности у курсантов, – это векторное произведение двух векторов. Необходимость в выпол-

Векторное произведение двух векторов

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} b \cdot z - c \cdot y \\ c \cdot x - a \cdot z \\ a \cdot y - b \cdot x \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 78 \\ 6 \\ -66 \end{pmatrix}$$

Рис. 9. Векторное произведение двух векторов в среде программы Mathcad

нении данной векторной операции встречается в учебном материале последующих технических дисциплин: физика, теоретическая механика и т.п.

Возможность символьных преобразований в среде специализированных математических программ (Mathcad) позволяет курсантам осваивать учебный материал даже в часы самоподготовки и без участия преподавателя: теоретические выкладки в символьной форме закрепляются в ходе выполнения численного примера (рис. 9).

Последующие разделы учебной дисциплины «Высшая математика» связаны с изучением функциональных зависимостей: исследование функций, поиск производных функций и их интегрирование, дифференциальное и интегральное исчисления функции нескольких переменных.

Задачи данных разделов выполняются в специализированных математических программах, главным образом, аналитически. Благодаря своим функциональным возможностям, эти программы позволяют курсантам существенно сэкономить время и силы на понимание изучаемого материала и выполнение порой несложных, но рутинных преобразований.

Символьные вычисления можно осуществлять с помощью команд меню, а также с помощью символьного вывода в виде стрелки, ключевых слов символьного процессора и символьных вычислений в реальном времени, т.е. с помощью обычных и привычных формул. Последний способ более нагляден, т.к. позволяет курсантам записывать выражения в традиционной математической форме и сохранять символьные вычисления в документах Mathcad [10].

Символьный процессор Mathcad способен выполнять основные алгебраические преобра-

The screenshot shows the Mathcad software window. The 'Symbolic Operations' menu is open, with the path 'Simplify and Factor' (Упростить и разложить на множители) highlighted. Below the menu, the expression $\cos(x)^4 - 6 \cdot \cos(x)^2 \cdot \sin(x)^2 + \sin(x)^4$ is shown. Below this, the text '1. С помощью меню' is followed by the expression $\cos(4 \cdot x)$. Then, '2. С помощью оператора' is followed by the expression $\cos(4 \cdot x) \text{ expand} \rightarrow \cos(x)^4 - 6 \cdot \cos(x)^2 \cdot \sin(x)^2 + \sin(x)^4$.

Рис. 10. Упрощение выражений и разложение на множители в среде программы Mathcad

зования: упрощение выражений, символьные перемножения и суммирование, упрощение и разложение алгебраических выражений на множители и другие (рис. 10).

Оперативная визуализация функциональных зависимостей, достаточно простая и очевидная последовательность процедур построения графиков – одно из наиболее впечатляющих достоинств программы Mathcad, что способствует осмысленному пониманию курсантами логики проведения функционального анализа.

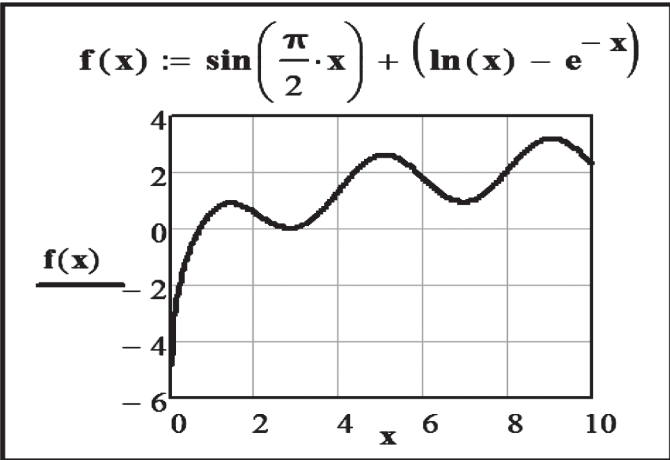


Рис. 11. Пример построения функциональной зависимости в среде программы Mathcad

Казалось бы, сложная функция, представляющая «нагромождение» элементарных функциональных зависимостей, «пугающая» курсантов только одним своим видом, после быстрого построения в программе Mathcad предстаёт понятной и очевидной для последующего функционального анализа.

Пример подобного построения «сложной» функции представлен на рисунке 11.

$$f(x) := \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{2}\right) + (\ln(x) - e^{-x})$$

$$\frac{d}{dx}f(x) \rightarrow e^{-x} + \frac{1}{x} + \frac{\pi \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot x}{2}\right)}{2}$$

$$\frac{d^2}{dx^2}f(x) \rightarrow -e^{-x} - \frac{\pi^2 \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{2}\right)}{4} - \frac{1}{x^2}$$

Рис. 12. Нахождение производных первого и второго порядка исследуемой функции в среде программы Mathcad

Дальнейшие процедуры анализа исследуемой функции, связанные с нахождением пределов и производных первого и второго порядка, легко осуществляются с помощью символьных (аналитических) преобразований в той же программе Mathcad (рис. 12).

Необходимо отметить, что для фундаментального освоения курсантами соответствующих разделов высшей математики недостаточно приобретения ими механических навыков введения исходных данных в программу и получения сразу окончательного ответа. Требуется научить их осмысленно проводить нужные аналитические преобразования, понимать смысл соответствующих математических операций.

В этом случае применение специализированных математических пакетов рассматривается как методическое сопровождение занятия, призванное упростить понимание изучаемого вопроса (с возможностью визуализации явления и автоматизации расчетов), сделать его более доступным для освоения курсантами [1].

Этому способствуют применяемые на занятиях педагогические приемы, построенные на интерактивных технологиях обучения: постановка задачи; попытка ее самостоятельного решения; оперативность в сравнении правильного ответа с полученным результатом в среде математического пакета и переход к выполнению следующего задания [11].

Продemonстрируем возможности специализированной программы

в сочетании с применяемой педагогической методикой по пониманию теоретических основ и решению задач более сложного порядка, где совместно применяются графические построения и аналитические выкладки.

Приводимый ниже пример касается математических основ преобразования Фурье [12].

Переход от функции $f(t)$ к параметрам ее ряда Фурье, т.е. амплитудам и фазам гармоник, называют прямым преобразованием Фурье, а обратный переход – обратным преобразованием Фурье. В математическом пакете Mathcad были разработаны специальные методы быстрого преобразования Фурье (БПФ) с помощью функции $fft(V)$ (Fast Fourier Transform – быстрое преобразование Фурье).

Для осуществления обратного БПФ в математическом пакете Mathcad существует функция $ifft(V)$.

На рисунке 13 представлен пример БПФ в математическом пакете Mathcad с помощью функции $cfft(X)$. По условию задан вектор из $2^3=8$ комплексных элементов, над которыми производится прямое БПФ и получается новый вектор. В дальнейшем над новым вектором производится обратное БПФ (с помощью функции $icfft(X)$) и получаем исходный вектор X .

Прямое БПФ позволяет перевести временную зависимость в частотный спектр, а обратное БПФ переводит частотный спектр во временную зависимость.

Вектор X с комплексными элементами с помощью прямого БПФ преобразуется в вектор Y:

$$i := \sqrt{-1}$$

$$X := \begin{pmatrix} 1 + 8 \cdot i \\ 2 + 7 \cdot i \\ 3 + 6 \cdot i \\ 4 + 5 \cdot i \\ 5 + 4 \cdot i \\ 6 + 3 \cdot i \\ 7 + 2 \cdot i \\ 8 + 1 \cdot i \end{pmatrix} \quad Y := cfft(X) \quad Y = \begin{pmatrix} 12.728 + 12.728i \\ -4.828 - 2i \\ -2.828 \\ -2 + 0.828i \\ -1.414 + 1.414i \\ -0.828 + 2i \\ 2.828i \\ 2 + 4.828i \end{pmatrix}$$

Вектор Y с комплексными элементами с помощью обратного БПФ преобразуется в вектор X1 аналогичный исходному вектору X:

$$X1 := icfft(Y) \quad X1 = \begin{pmatrix} 1 + 8i \\ 2 + 7i \\ 3 + 6i \\ 4 + 5i \\ 5 + 4i \\ 6 + 3i \\ 7 + 2i \\ 8 + i \end{pmatrix}$$

Рис. 13. Прямое и обратное БПФ для векторов с комплексными элементами в среде программы Mathcad



Рис. 14. Применение БПФ для спектрального разложения и синтеза прямоугольного импульса в среде программы Mathcad

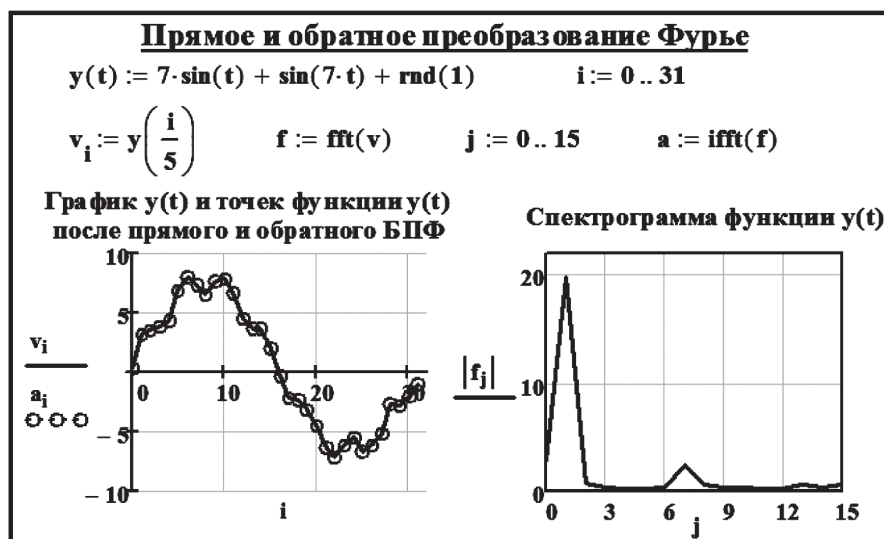


Рис. 15. Пример БПФ для сложной функции в среде программы Mathcad

На рисунке 14 представлены процедуры разложения прямоугольного импульса ($fft(q)$) с его последующим синтезом с помощью обратного БПФ ($ifft(g)$).

На рисунке 15 представлен еще один пример на прямое и обратное БПФ, но только уже для более сложной трехкомпонентной функции, состоящей из двух гармонических функций и компонент в виде случайных чисел.

Производится сравнение исходной функции с результатом обратного БПФ. Представлен результат прямого БПФ исходной функции в виде спектрограммы.

С учетом широкого применения преобразований Фурье в последующих инженерно-технических дисциплинах и цифровых технологиях понимание курсантами этого процесса, его анализ и моделирование невозможны без применения специализированных математических программ.

Сочетание теоретических выкладок с возможностями практической реализации, то есть то, что позволяет специализированная программа, во многом обеспечивает интенсификацию процесса обучения, благодаря наглядности и автоматизации процедур, что делает учебный материал доступным для понимания и формирует более глубокие знания у курсантов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Примакин А.И. Пути повышения эффективности преподавания математических и общеприкладных дисциплин в военных институтах войск национальной гвардии Российской Федерации // Академический вестник войск национальной гвардии Российской Федерации. – 2025. – № 4. – С. 25–32.
2. Скробач А.В. Возможности визуализации некоторых понятий линейной алгебры посредством инновационных технологий в ходе подготовки курсантов Военной ордена Жукова академии войск национальной гвардии Российской Федерации // Направления и перспективы развития образования в военных институтах войск национальной гвардии Российской Федерации: сборник научных статей XVI международной научно-практической конференции (ч. I) / А.В. Скробач, А.И. Примакин; под общ. ред. В.В. Косухина. – Новосибирск: Новосибирский военный ордена Жукова институт имени генерала армии И.К. Яковлева войск национальной гвардии Российской Федерации, 2024. – С. 245–250.
3. Словарь русского языка XIX века: Проект / отв. ред. З.М. Петрова. – СПб.: Наука, 2002.
4. Бабанский Ю.К. Оптимизация учебно-воспитательного процесса (Методические основы). – М.: Просвещение, 1982. – 192 с.
5. Радевич Л.И. Интенсификация обучения. Приемы цифровизации. – Дзержинск: ДТБТ, Электронный справочник «Информо», 2023.
6. Воронов С.А. Совершенствование педагогических методик посредством применения виртуального лабораторного практикума при изучении курсантами основ криптографической защиты информации // Информационная безопасность регионов России (ИБРР-2023). XIII Санкт-Петербургская межрегиональная конференция (Санкт-Петербург, 25–27 октября 2023 г.): материалы конференции / С.А. Воронов, А.И. Примакин. – СПб.: СПОИСУ, 2023. – С. 307–308.
7. Шипачев В.С. Высшая математика: учебник для вузов. – Изд. 4-е. – М.: Юрайт, 2014. – 607 с.
8. Минько А.А. Принятие решений с помощью Excel. Просто как дважды два / А.А. Минько. – М.: Эксмо, 2007. – 240 с.
9. Макаров Е.Г. Инженерные расчеты в Mathcad 15: учебное пособие – СПб.: Инфра-инженерия, 2024. – 408 с.
10. Воскобойников Ю.Е. Решение инженерных задач в пакете Mathcad: учебное пособие / под ред. Ю.Е. Воскобойникова. – Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин), 2013. – 120 с.
11. Троянская С.Л. Основы компетентностного подхода в высшем образовании: учебное пособие. – Ижевск: Издательский центр «Удмуртский университет», 2016. – 176 с.
12. Кирьянов Д.В. Mathcad 15 / Mathcad Prime 1.0.+ Видеокурс. – СПб.: БХВ-Петербург, 2012 – 432 с.

Статья проверена программой Антиплагиат. Оригинальность — 76 %.

Статья поступила в редакцию 19.02.2026; одобрена после рецензирования 08.04.2026; принята к публикации 15.05.2026.